

Castel S.Pietro (BO) - Incontri con la matematica 26, 26-28 ottobre 2012

La Matematochetta

gioco dell'aggiungere e del togliere in preparazione all'addizione e alla sottrazione

Giancarlo Navarra

GREM, Università di Modena e Reggio Emilia

Dalla Matematica alla Matematochetta

La **Matematochetta** è nata da un adattamento del gioco della **Matematòca** (dalla 2^a primaria) da parte di tre docenti della scuola dell'infanzia del **3^o Circolo di Porto Torres (SS)**.

È stata sviluppata nel corso di tre anni con la collaborazione di insegnanti di diversi livelli scolastici dei gruppi ArAl di Belluno, Motta S.Giovanni (RC), Porto Torres (SS), Sassari, Trieste.

Il Gioco della Matematochetta

Il gioco si basa sul confronto tra situazioni espresse in diversi codici linguistici - **iconico, verbale, gestuale** - aventi un comune sfondo matematico legato alle **azioni dell'aggiungere e del togliere** come **premesse all'addizionare e al sottrarre** e all'embrione del concetto di **incognita**.

Il percorso della Matematochetta



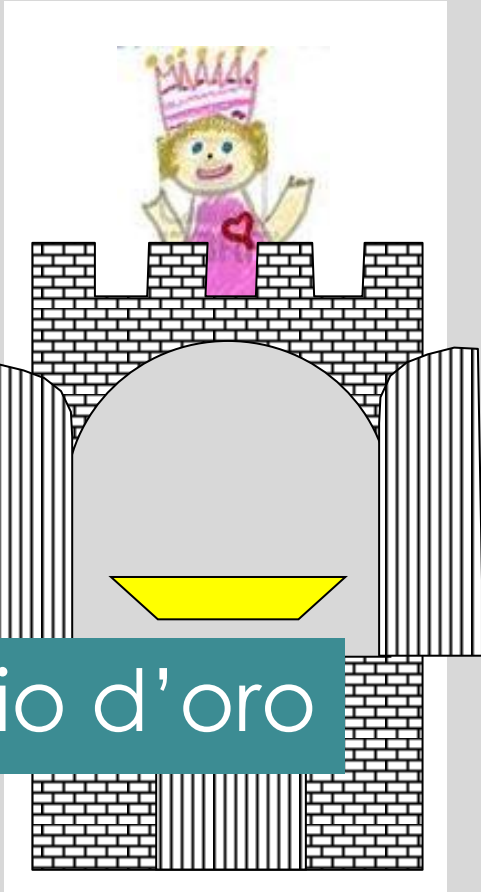
Contenitori con
oggetti vari

Dado

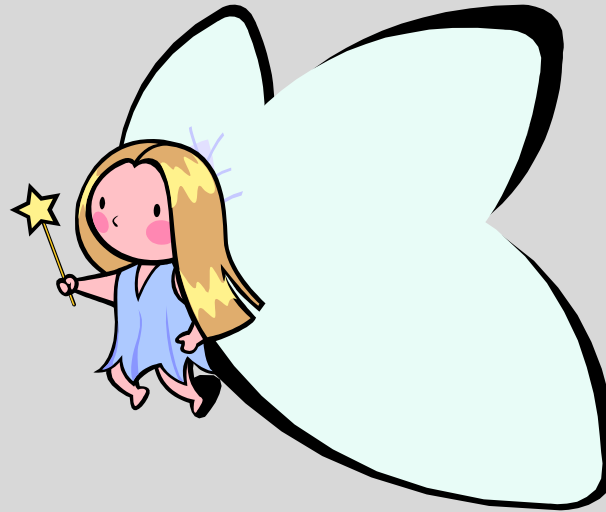
Tessere

Le tessere con la fatina

La principessa



Il vassoio d'oro



La fatina

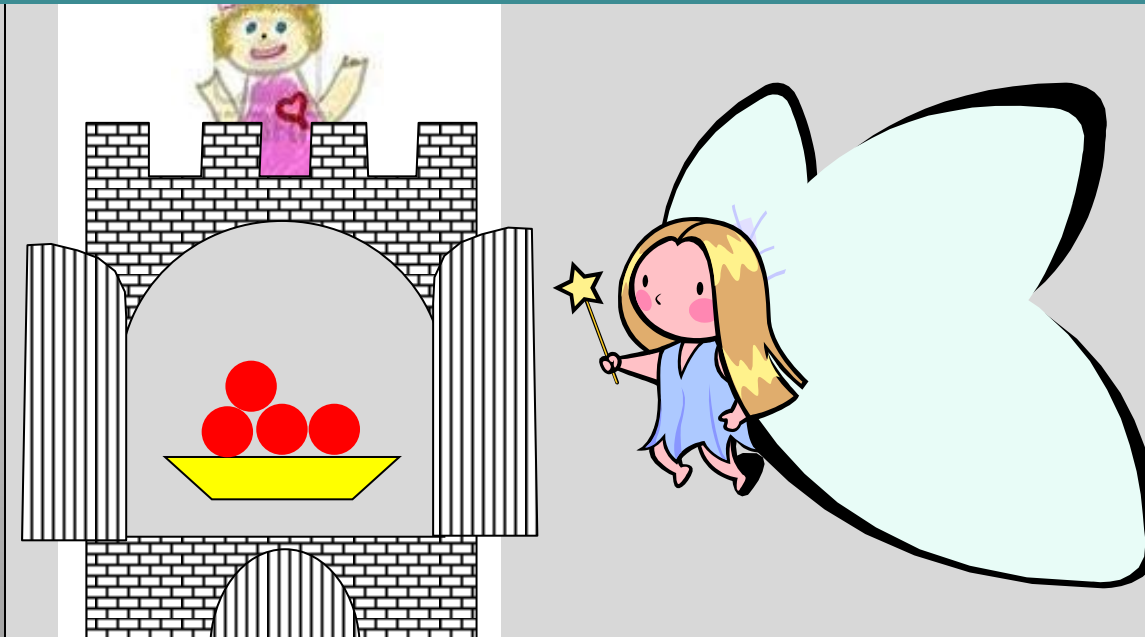


Il castello

Un esempio di tessera con la fatina

Nel vassoio ci sono quattro perle magiche

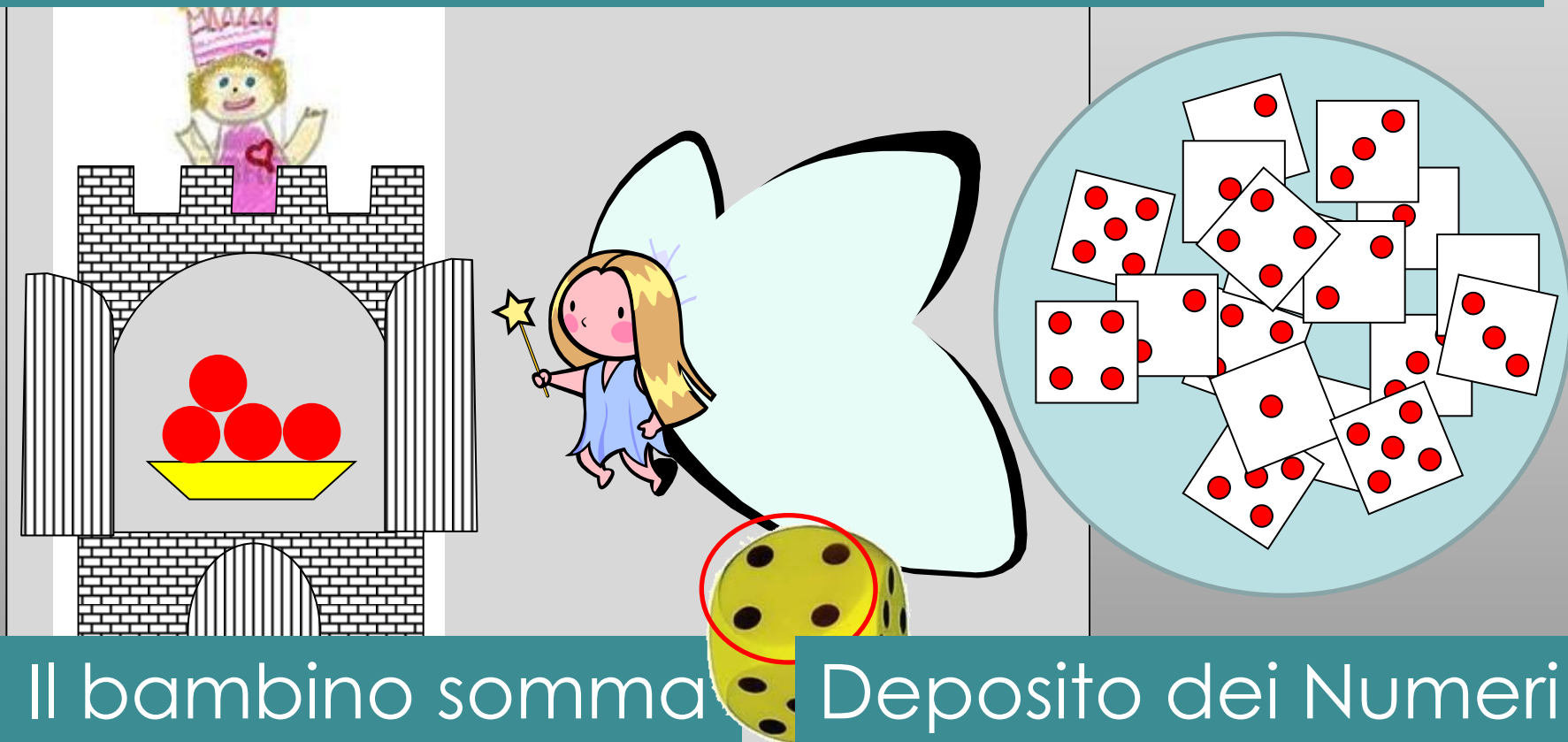
La fatina porta in regalo delle perle



La principessa è in ansia perché non sa quante perle le regalerà la fatina

Il lancio del dado

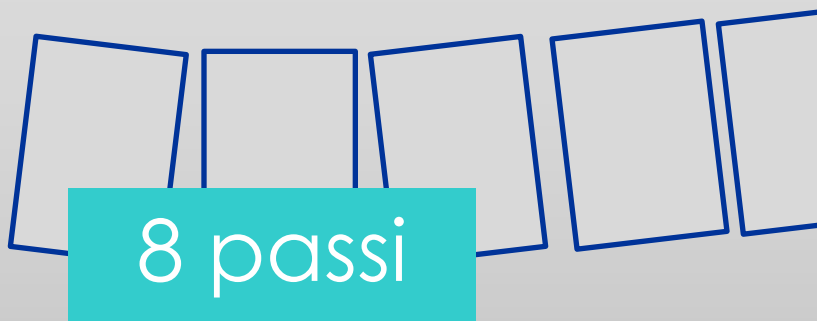
Sarà il dado incantato a decidere quante perle porta in regalo la fatina



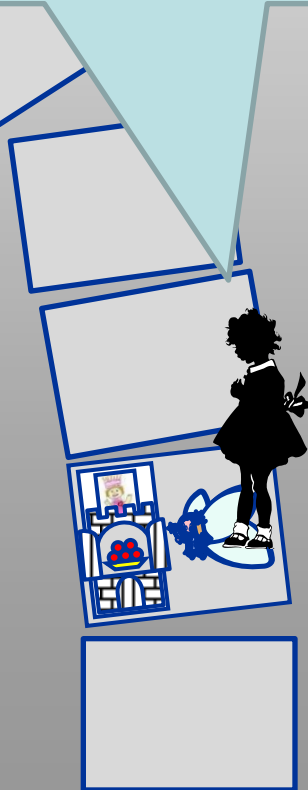
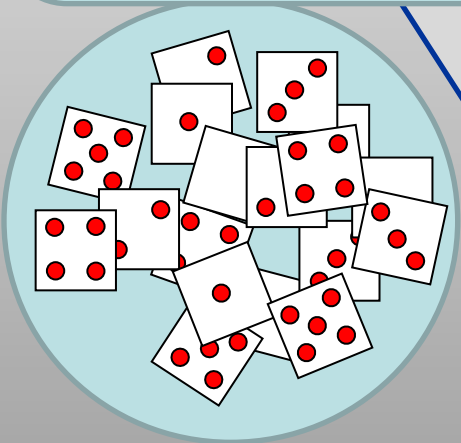
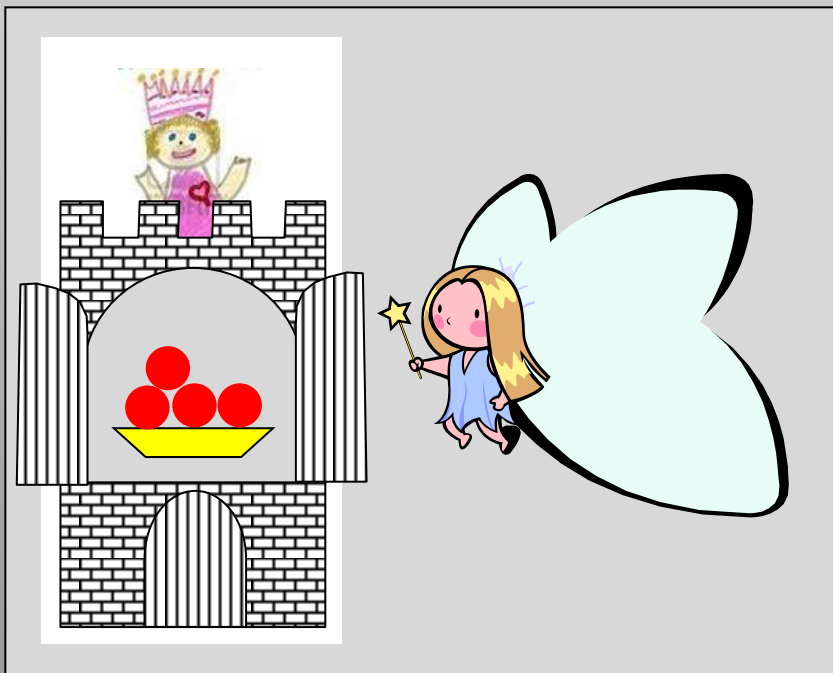
Il bambino somma
i due numeri

Deposito dei Numeri
del dado incantato

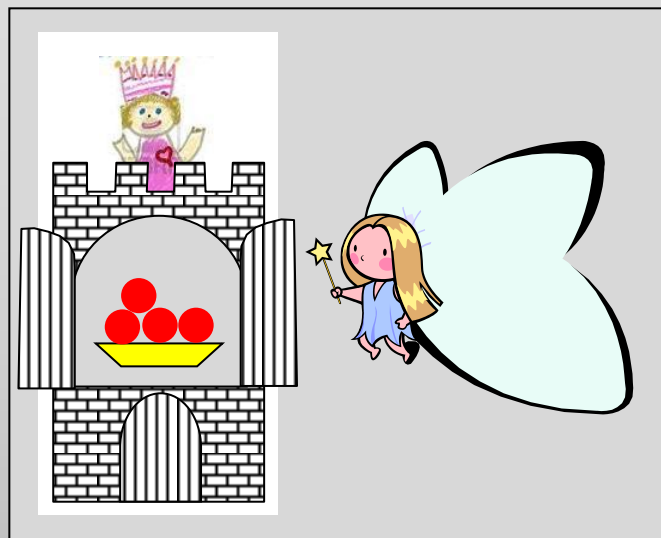
Un episodio del gioco



Quattro più quattro fa otto. Adesso faccio otto passi.



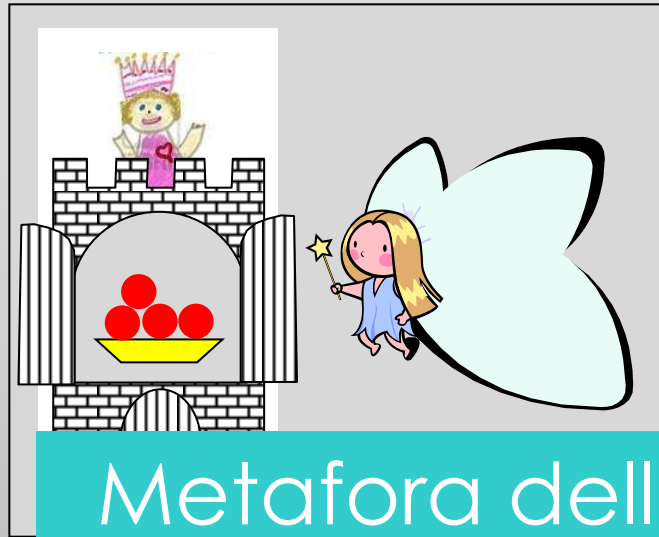
Alcune considerazioni generali



Sul piano **matematico** la tessera che stiamo considerando rappresenta la **parafrasi iconica** della somma $4+x$.

Sul piano **espressivo** rappresenta il **canovaccio** di una storia.

La storia e le azioni



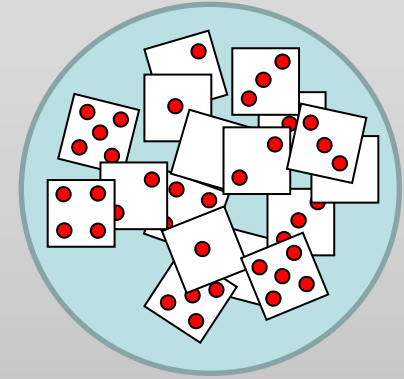
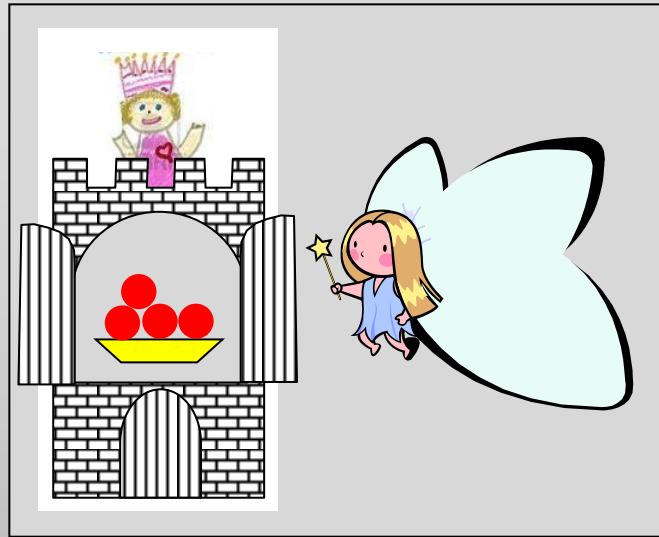
$$4+x$$



Metafora dell'incognita

La principessa possiede in un vassoio d'oro quattro **perle magiche** e attende che la fatina gliene regali altre; è molto curiosa di sapere quante saranno e chiede l'aiuto di un bambino che lancia il **dado incantato**, che svela tale **numero**.

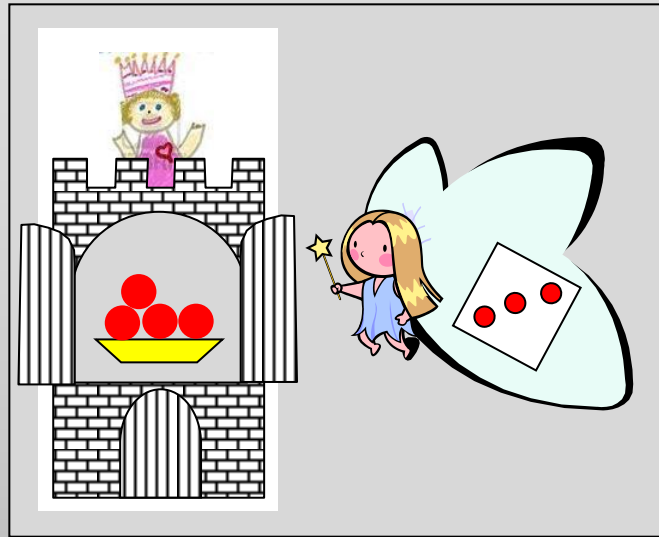
La storia e le azioni



Dopo aver lanciato il dado il bambino cerca nel **Deposito dei Numeri del Dado Incantato** la faccia 'giusta' del dado da porre sulle ali.

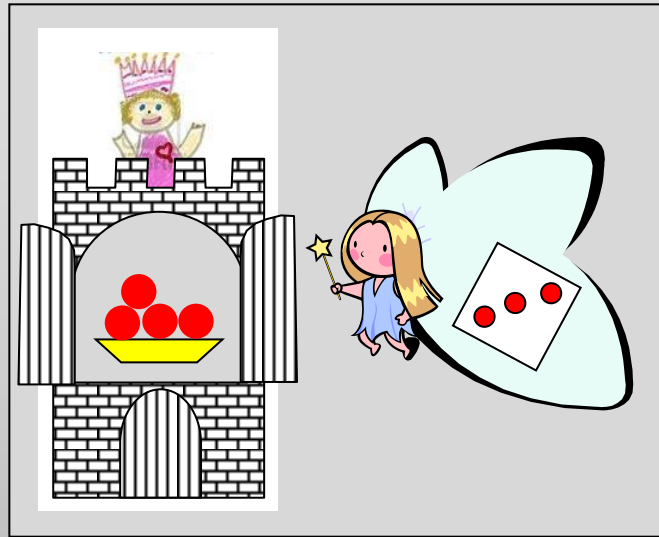
Se lanciando il dado esce il numero 3, la fatina rappresenta ora **l'operatore +3**.

La storia e le azioni



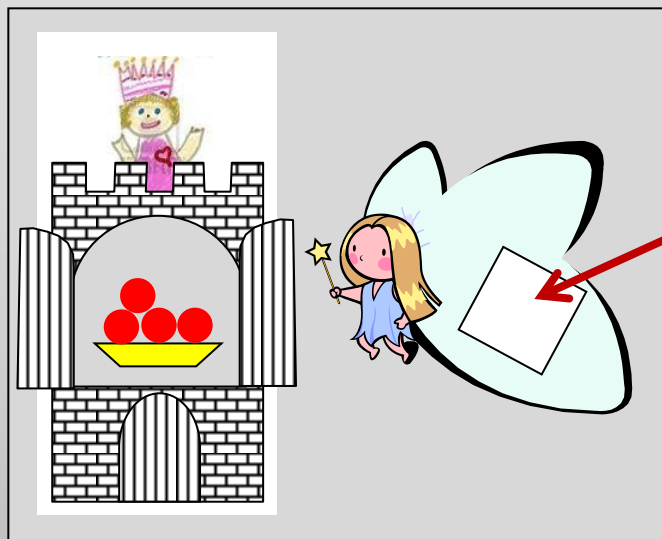
La principessa desidera sapere quante perle possiede ora in tutto.
Il bambino esegue ad alta voce il **calcolo**.

La storia e le azioni



Per premiarlo, la principessa fa compiere al bambino tanti passi quante sono le perle che possiede ora (in questo caso 7).

Una prima situazione 'particolare'



Talvolta la fatina è scherzosa e non porta perle (**metafora dello zero**); la faccia del dado in questo caso è vuota.

Il bambino deve comunque essere invitato ad esprimere ad alta voce la sua interpretazione della situazione.

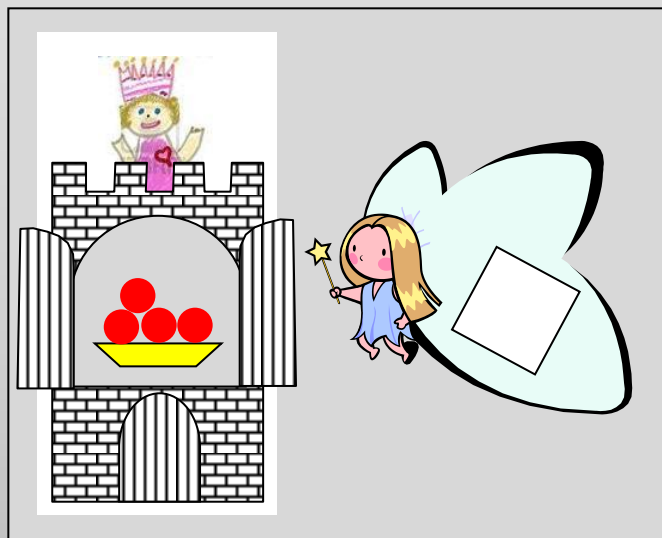
Una prima situazione 'particolare'

La fatina non regala nessuna perla e alla principessa restano quattro perle...

È uscito lo zero e ci sono solo quattro perle...

Quattro più zero è uguale a quattro... nel vassoio rimangono quattro perle...

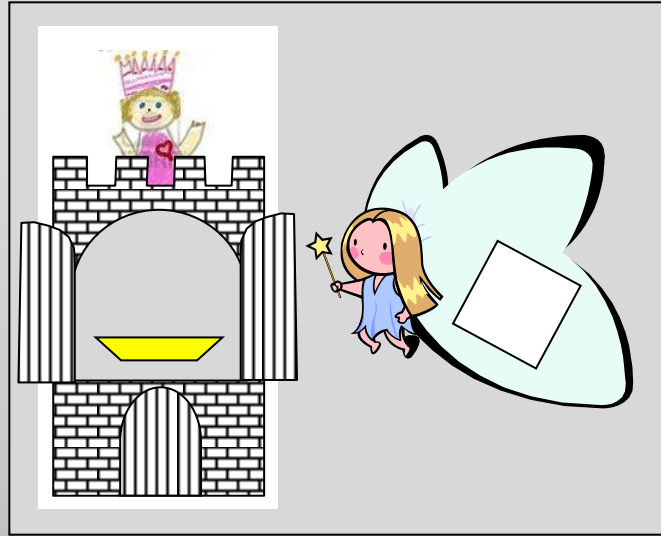
Una prima situazione 'particolare'



Il dado è stato un po' modificato coprendo la faccia con il numero 6 e trasformandola così in uno 0.

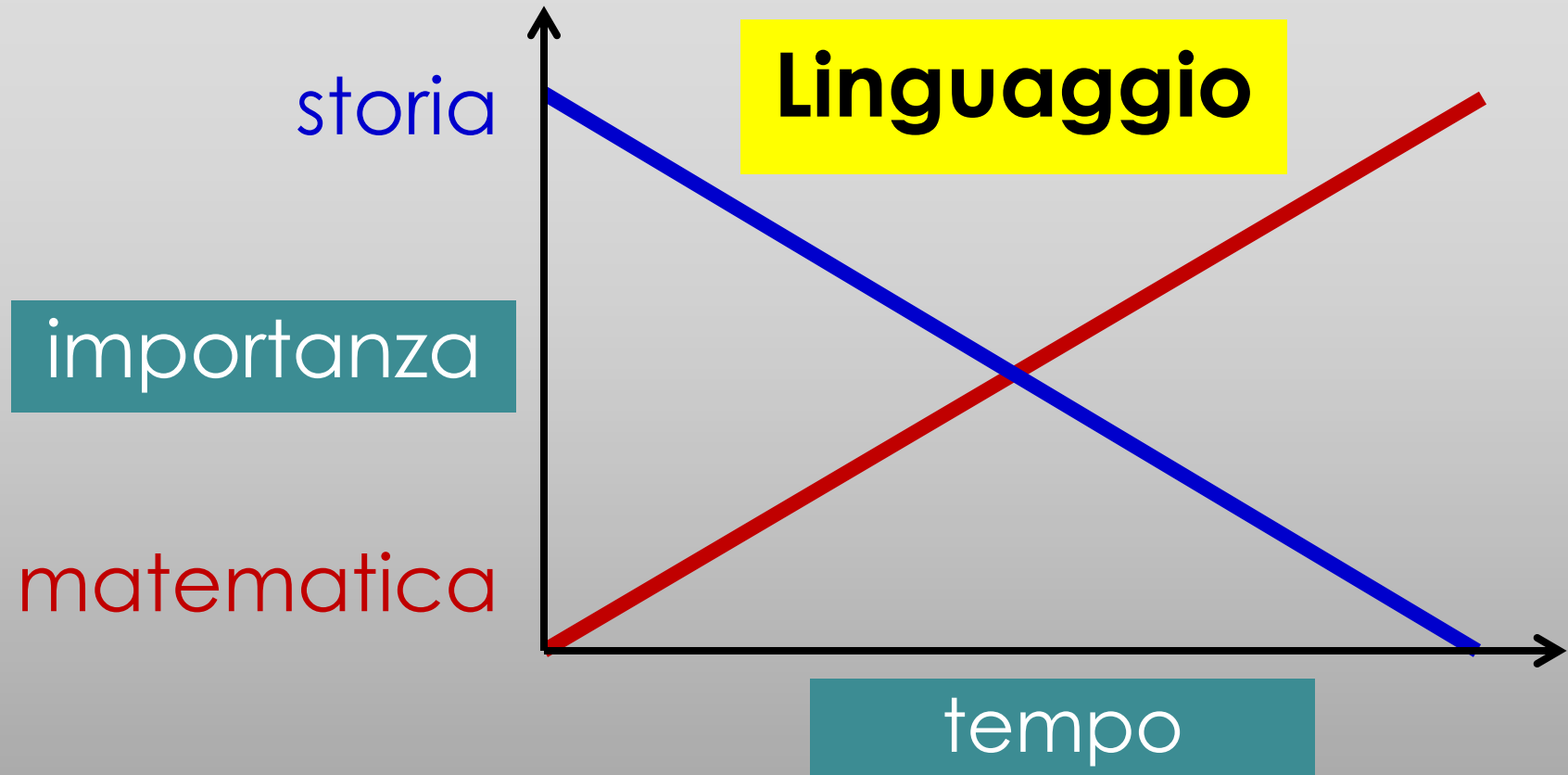
Torneremo più avanti su questo aspetto, che analizzeremo dal punto di vista matematico.

Una seconda situazione 'particolare'



In una tessera la principessa non possiede nemmeno una perla, e può succedere che la fatina (scherzosamente) non ne porti nemmeno una perché il Dado Incantato ha fatto il Burlone.

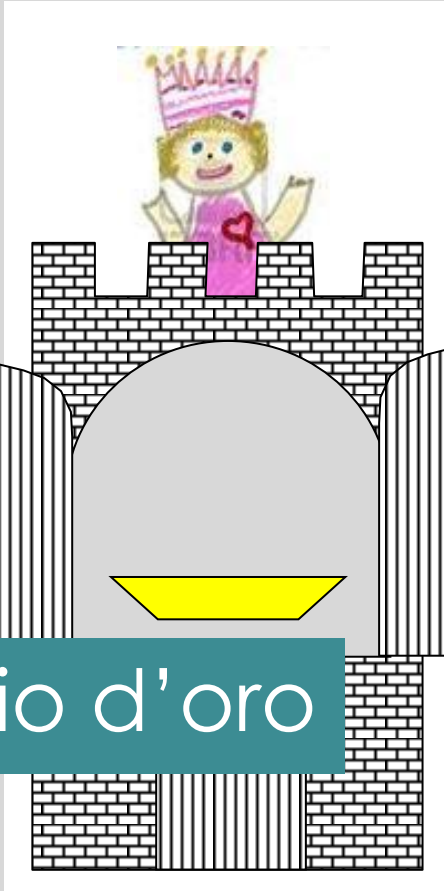
La storia e la matematica



Con il trascorrere del tempo sfuma la ‘presenza’ della storia e aumenta quella della matematica.

Le tessere con la stregghetta

La principessa



Il vasoio d'oro



La stregghetta

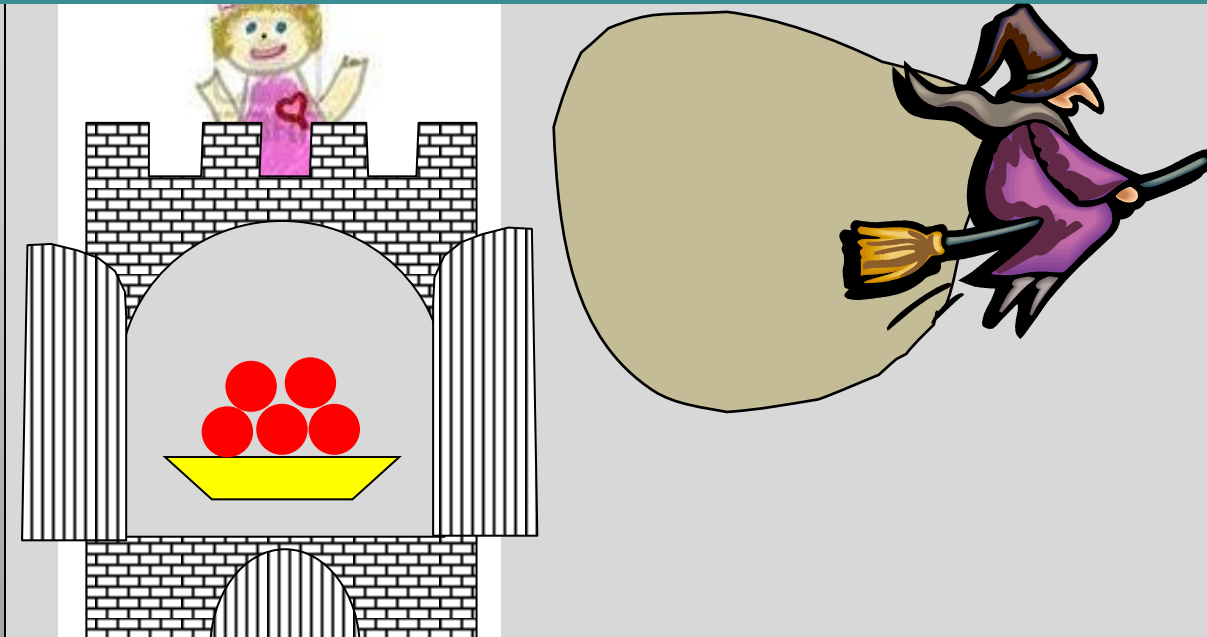


Il castello

Un esempio di tessera con la streghetta

Nel vassoio ci sono cinque perle magiche

La streghetta porta via delle perle



La principessa è in ansia perché non sa quante perle porterà via la streghetta

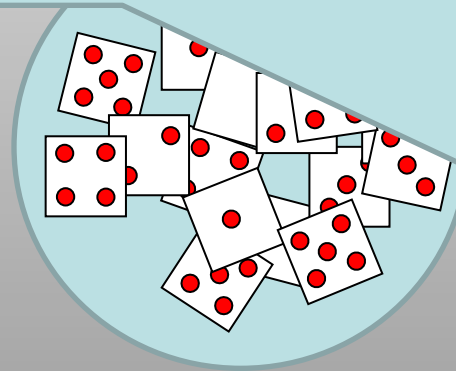
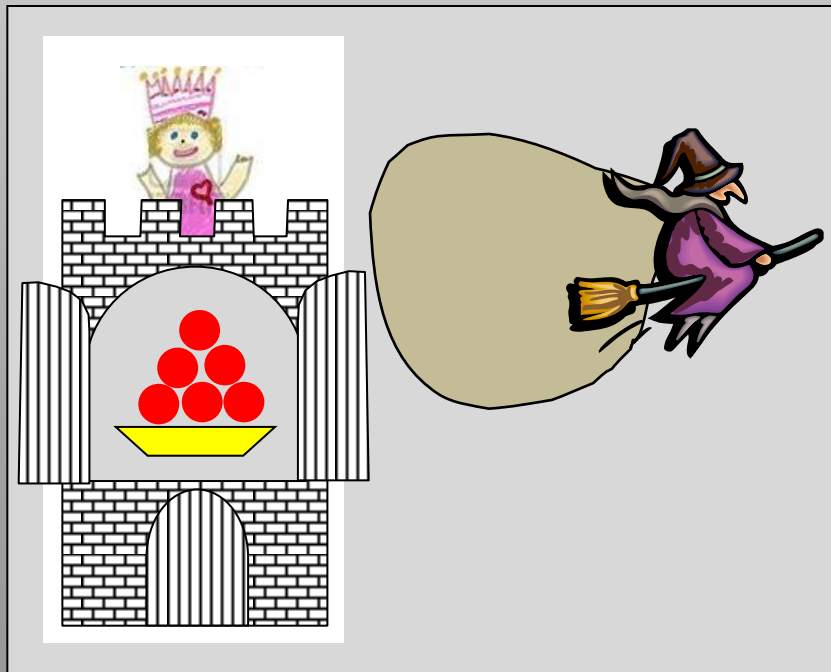
Un esempio di tessera con la streghetta

Sarà il dado incantato a decidere quante perle porta via la streghetta

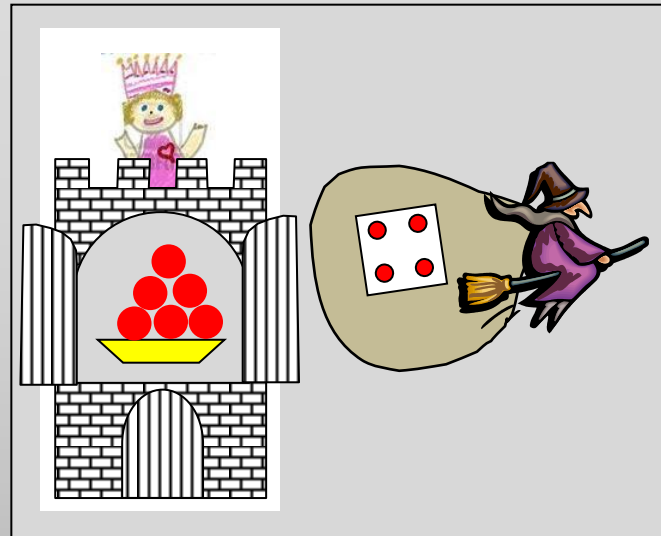


Un episodio del gioco

La principessa ha sei perle magiche...
la stregghetta gliene porta via
quattro... nel vassoio restano due
perle... faccio due passi...



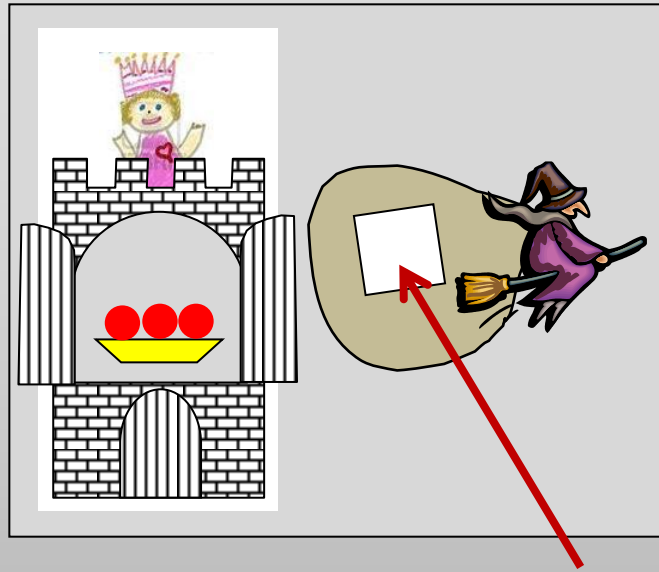
Le tessere con la stregghetta



Sul piano **matematico** la tessera che stiamo considerando rappresenta la **parafrasi iconica** della **differenza 6-4**.

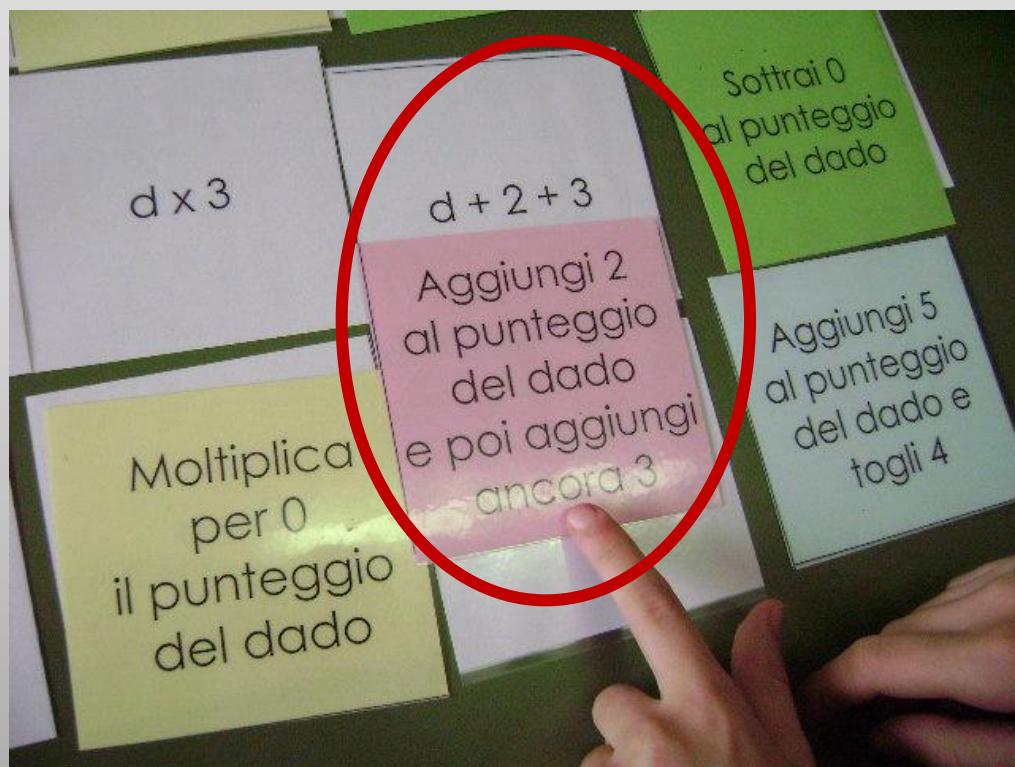
Sul piano **espressivo** rappresenta, come per la fatina, il canovaccio di una storia.

La stregghetta non ruba nessuna perla



Può succedere che la stregghetta sia momentaneamente in vena di bontà e non porti via nemmeno una perla; nel suo sacco in questo caso verrà inserita una faccia di dado vuota come accade per la fatina (**metafora dello zero**).

Il Gioco della Matematica

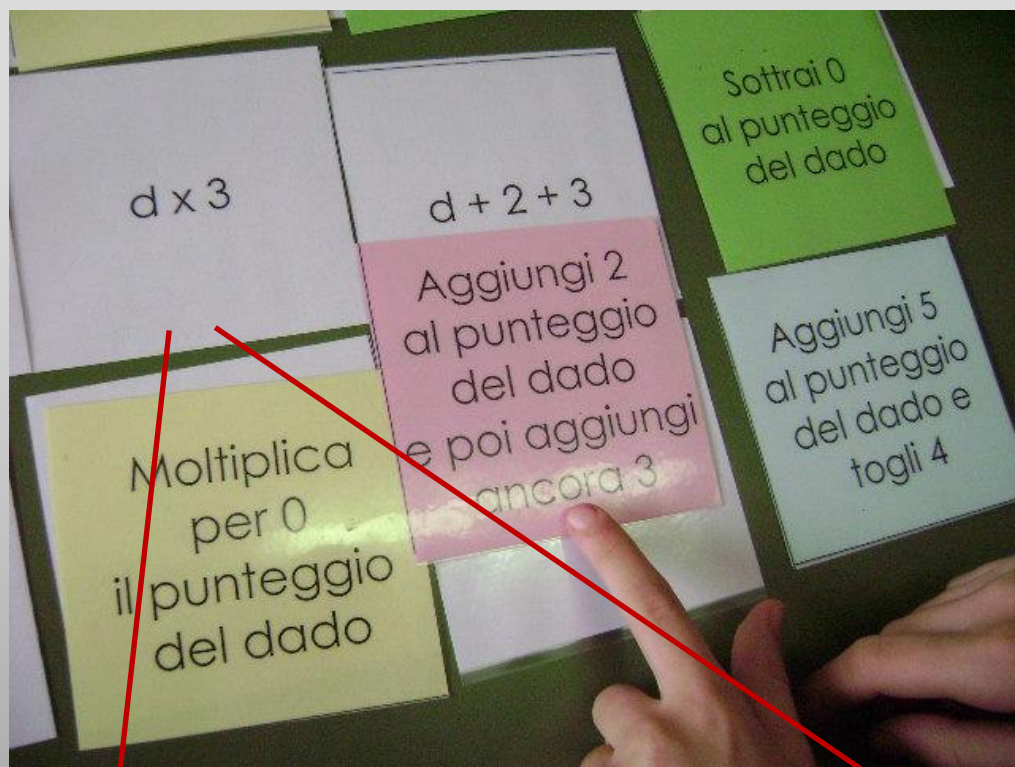


Tradurre dal
linguaggio
naturale
al linguaggio
algebrico
e viceversa

Interpretare rappresentazioni differenti
della stessa situazione matematica

Incontrare il numero sconosciuto

Il Gioco della Matematica

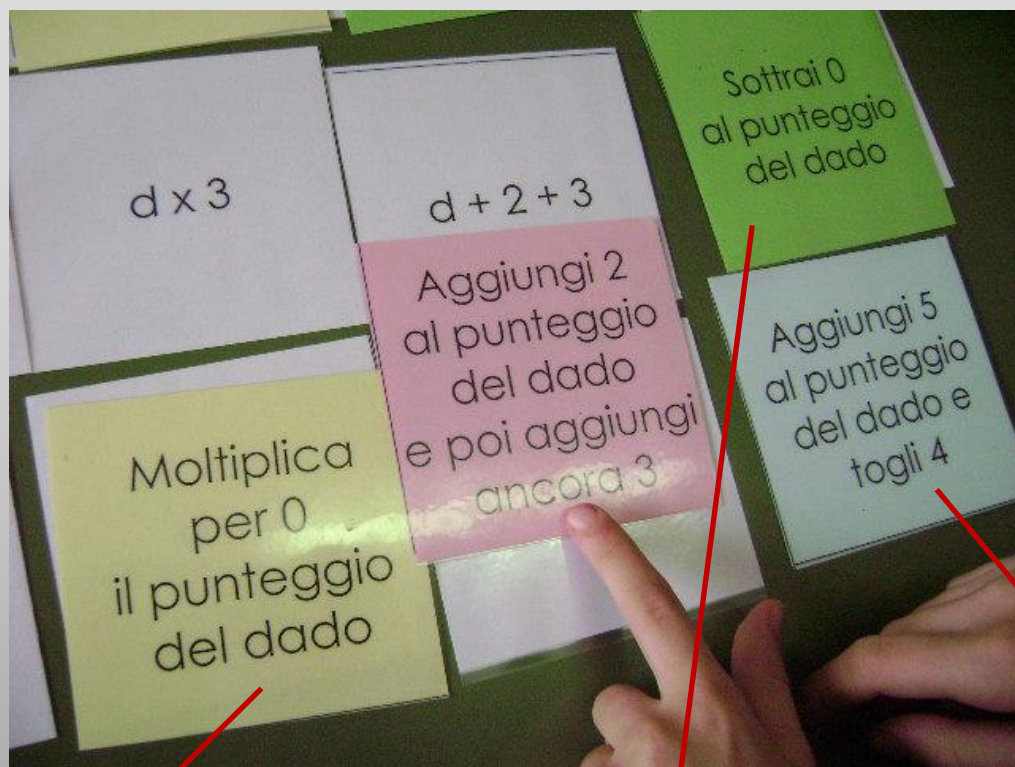


Tradurre dal
linguaggio
naturale
al linguaggio
algebrico
e viceversa

Triplica
il punteggio
del dado

Moltiplica
il punteggio del
dado per 3

Il Gioco della Matematica



Tradurre dal
linguaggio
naturale
al linguaggio
algebrico
e viceversa

$$d \times 0$$

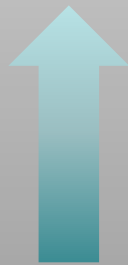
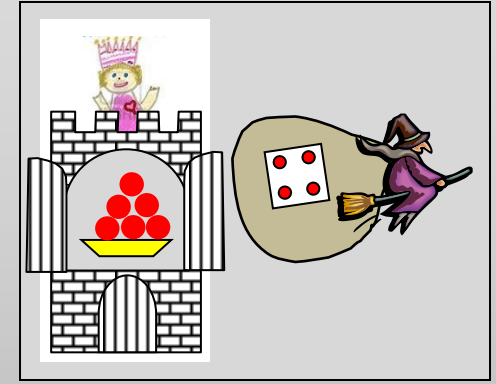
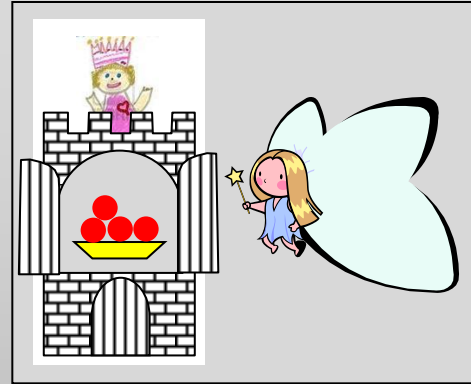
$$d - 0$$

$$d + 5 - 4$$

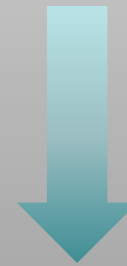
Nella Matematochetta si intende mantenere l'obiettivo di costruire la competenza chiave della Matematica: **produrre/interpretare parafrasi**, cioè **rappresentazioni dello stesso** oggetto matematico o dello stesso processo facenti riferimento a **codici linguistici differenti**.

Dalla Matematica alla Matematochetta

Moltiplica per 3
la differenza
fra 6 e il
punteggio
del dado

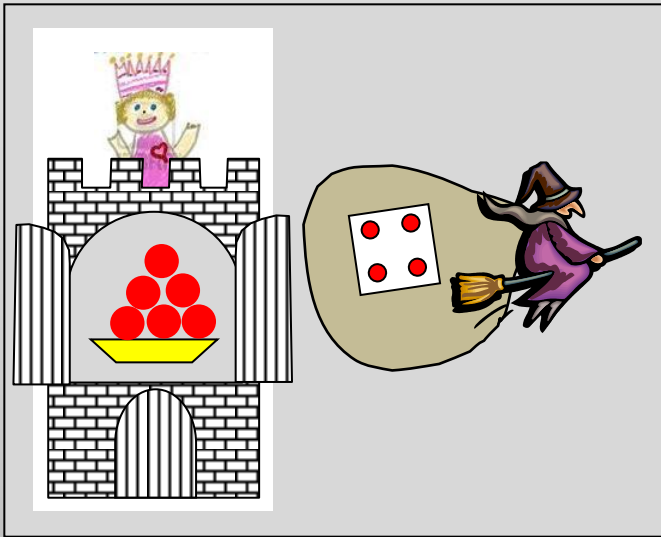


$$(6-d) \times 3$$



Altri codici
linguistici

Alcune considerazioni generali sulle tessere del 'togliere'



La principessa ha sei perle; la stregghetta ne porta via quattro e quindi nel castello ne rimangono due.

Questa verbalizzazione sostiene un pensiero sofisticato perché le perle **visibili** sono sempre sei, e dire 'ne rimangono due' significa **rendere trasparente il frutto del processo mentale** (l'individuazione della **differenza fra 6 e 4**).

Rappresentare il 'togliere'

Al livello della **rappresentazione** l'atto del **togliere** presenta una complessità maggiore di quello dell'**aggiungere**.

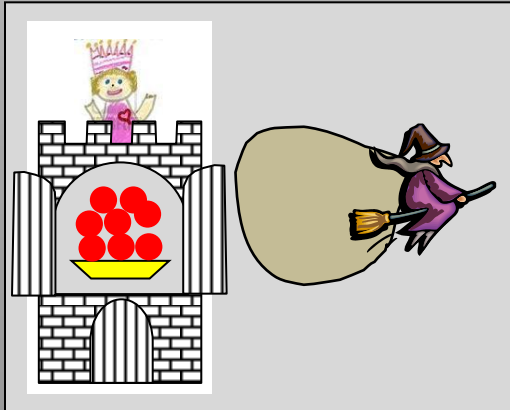
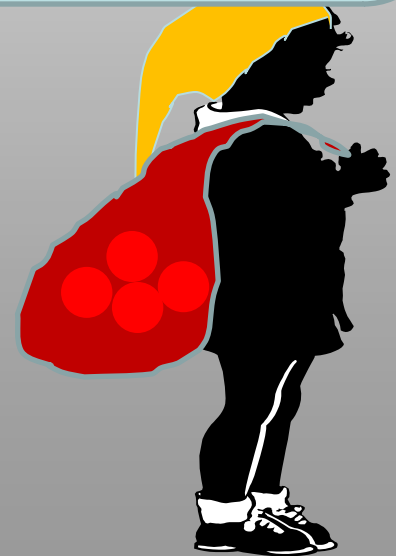
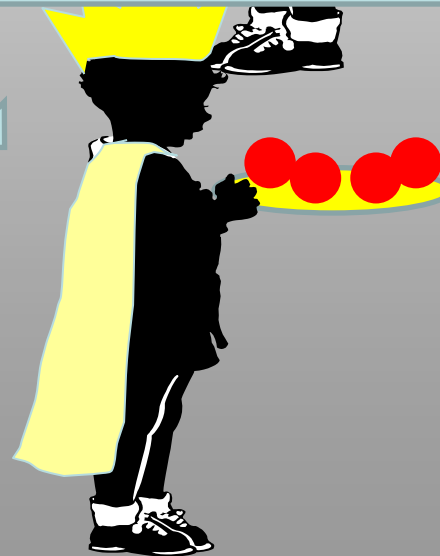
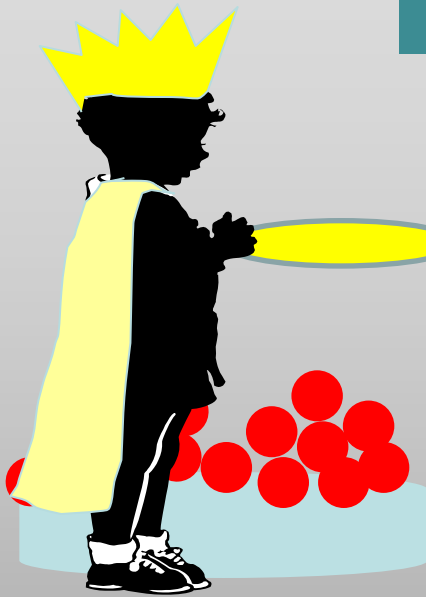
Questa difficoltà ha stimolato insegnanti e ricercatori delle comunità ArAl.

Sono state individuate numerose rappresentazioni 'produttive' dell'azione del **togliere** che favoriscono la riflessione degli alunni nell'accostarsi all'**embrione della sottrazione**.

Rappresentare il 'togliere': la drammatizzazione

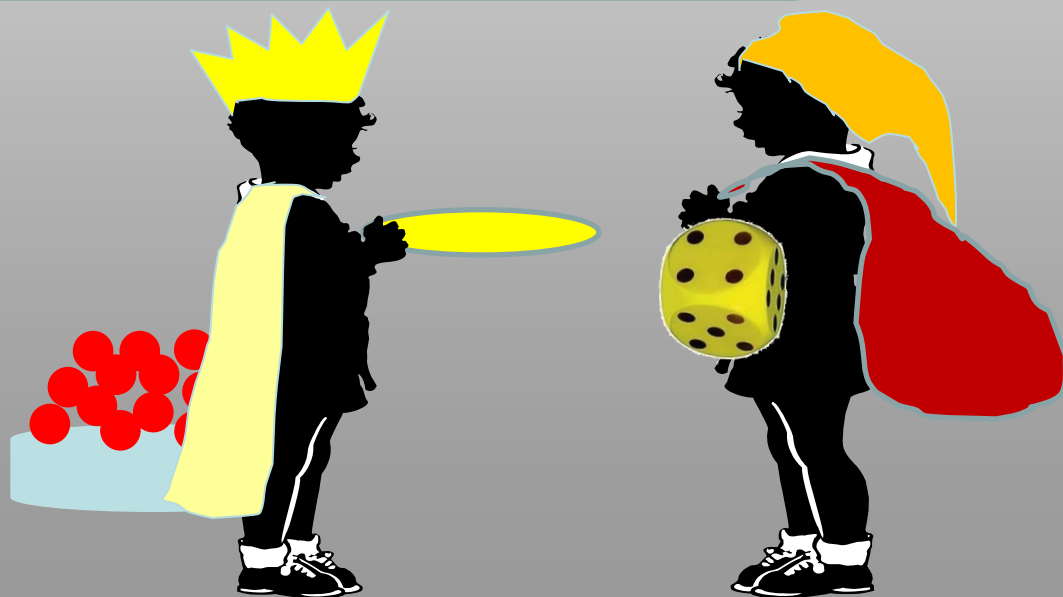
Il narratore

La principessa ha otto perle...
arriva la stregghetta e non sa
quante perle prendere e allora
lancia il Dado Incantato...



Rappresentare il 'togliere': la drammatizzazione

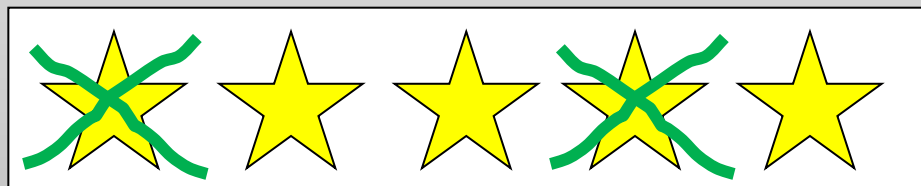
La principessa ha sette perle magiche. La stregghetta non sa quante perle portare via e allora lancia il dado incantato...



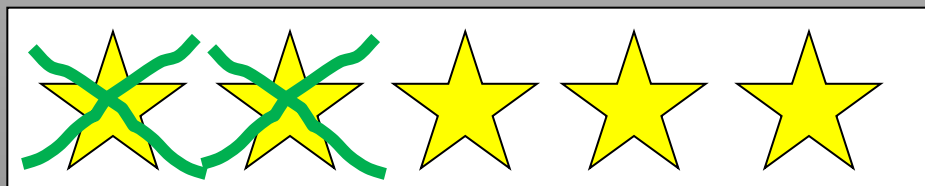
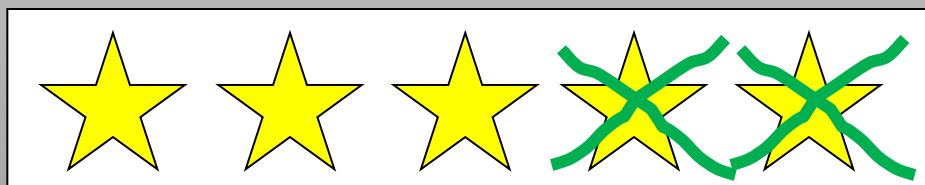
Rappresentare il 'togliere'

5-2

Barrare disegni



Non importa quali stelle vengono create



Ho messo le
crocette su questi
disegni perché...

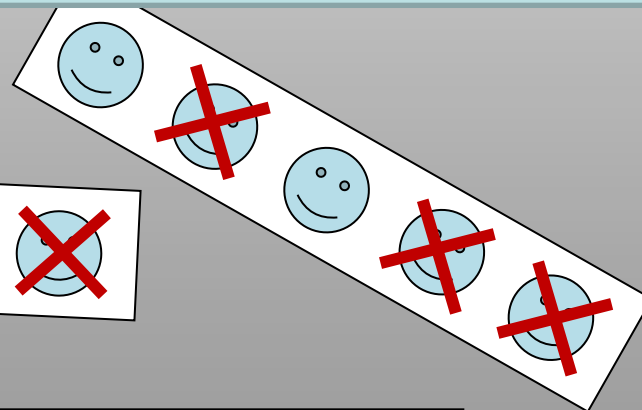
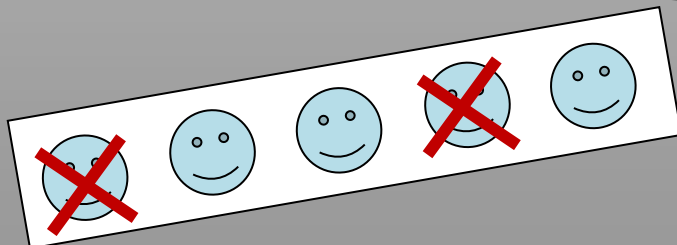
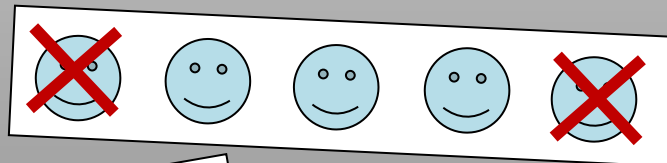
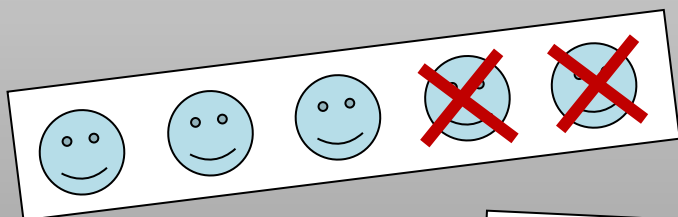
Rappresentare il 'togliere'

5-2

5-2
5-2
(interpretare)

Questo disegno
per me non
rappresenta la
tessera perché...

Ho scelto questo
disegno perché...



Rappresentare il 'togliere'

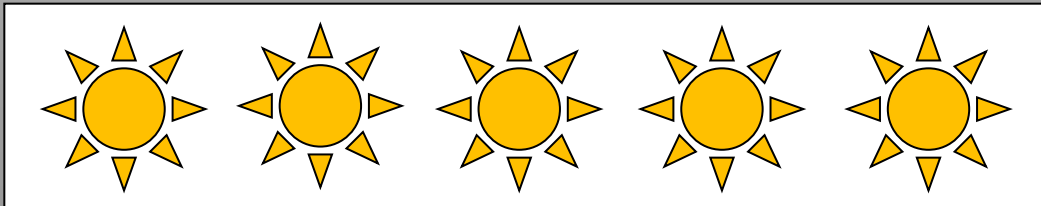
5-2

Copertura dei disegni

Il bambino ha a disposizione cinque disegni di soli. Il bambino ha coperto due disegni con i quali può coprire i due spazi vuoti. Il bambino ha coperto i due spazi vuoti con i disegni che ha coperto. Il bambino ha coperto i due spazi vuoti con i disegni che ha coperto. Il bambino ha coperto i due spazi vuoti con i disegni che ha coperto.

Perché hai coperto questi due soli?

Ho coperto questi due soli perché...

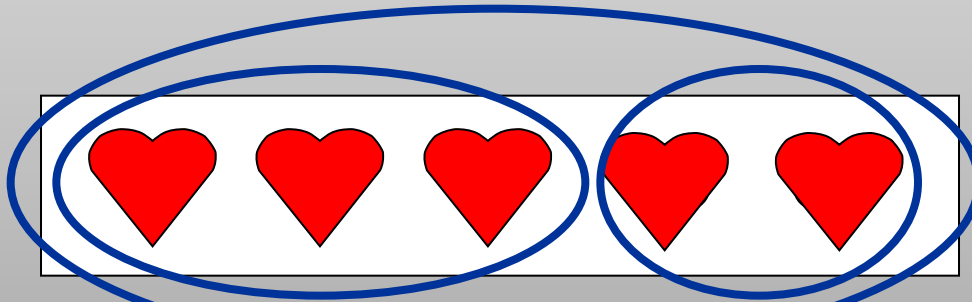


Rappresentare il 'togliere'

5-2

Disto

Non ho capito perché
Luigi ha staccato questi
due cuori...



Ho staccato questi due cuori perché...
no la differenza (3),
do (2) ed è ancora
percepibile l'immagine del minuendo (5).

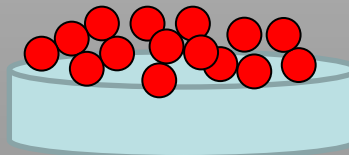
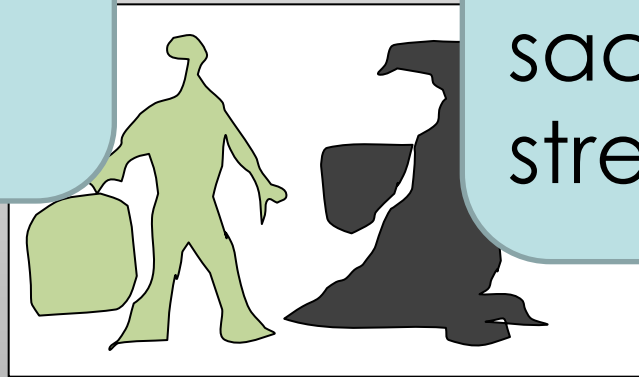
Rappresentare il 'togliere'

5-2

sentazio

Metto cinque
perle nel
vassoio
perché...

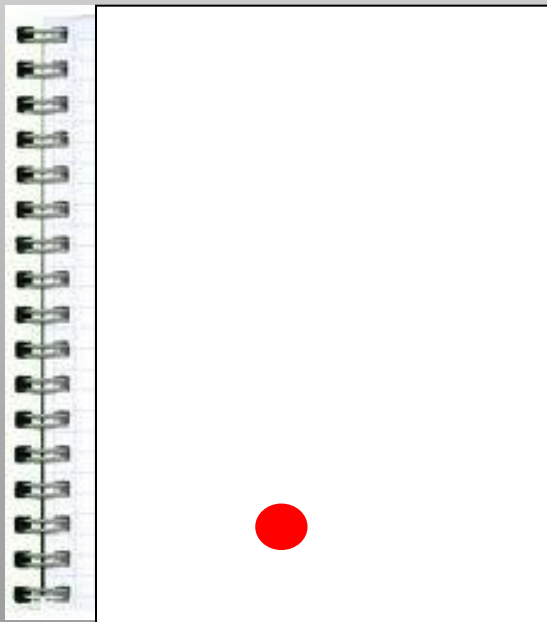
Io metto due di
queste perle nel
sacco della
strega perché...



Rappresentare il 'togliere'

5-2

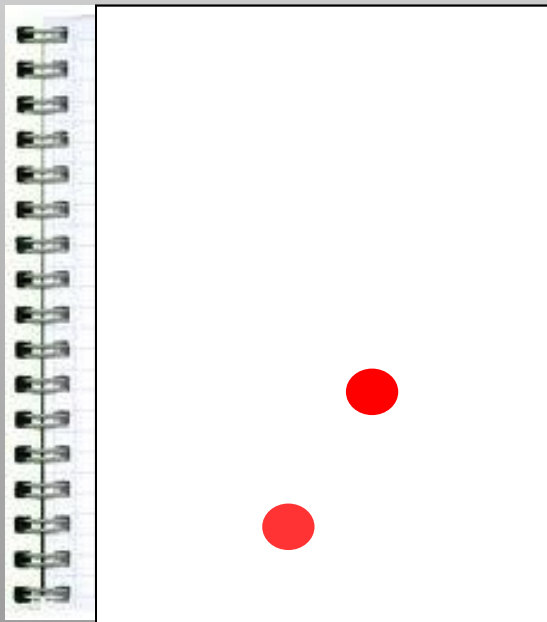
Trasparenza 1



Rappresentare il 'togliere'

5-2

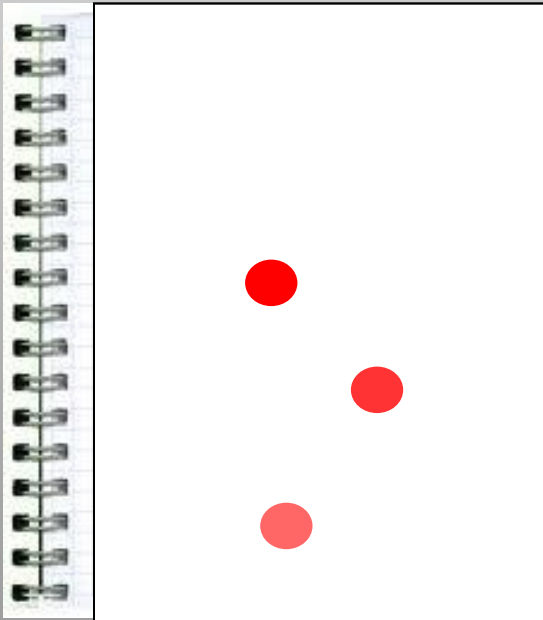
Trasparenza 2



Rappresentare il 'togliere'

5-2

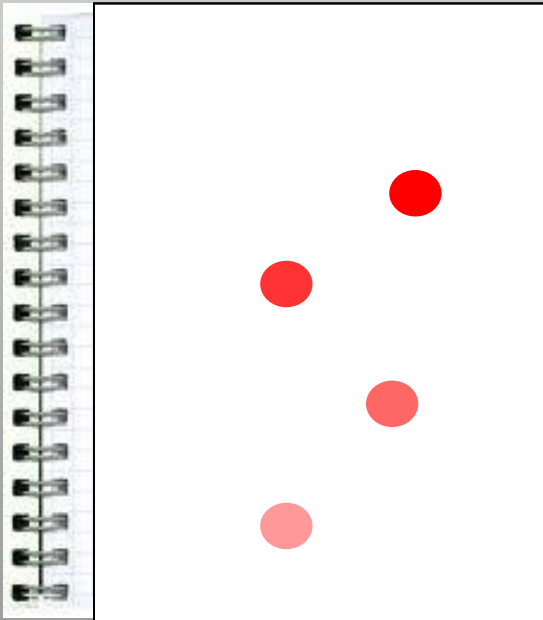
Trasparenza 3



Rappresentare il 'togliere'

5-2

Trasparenza 4

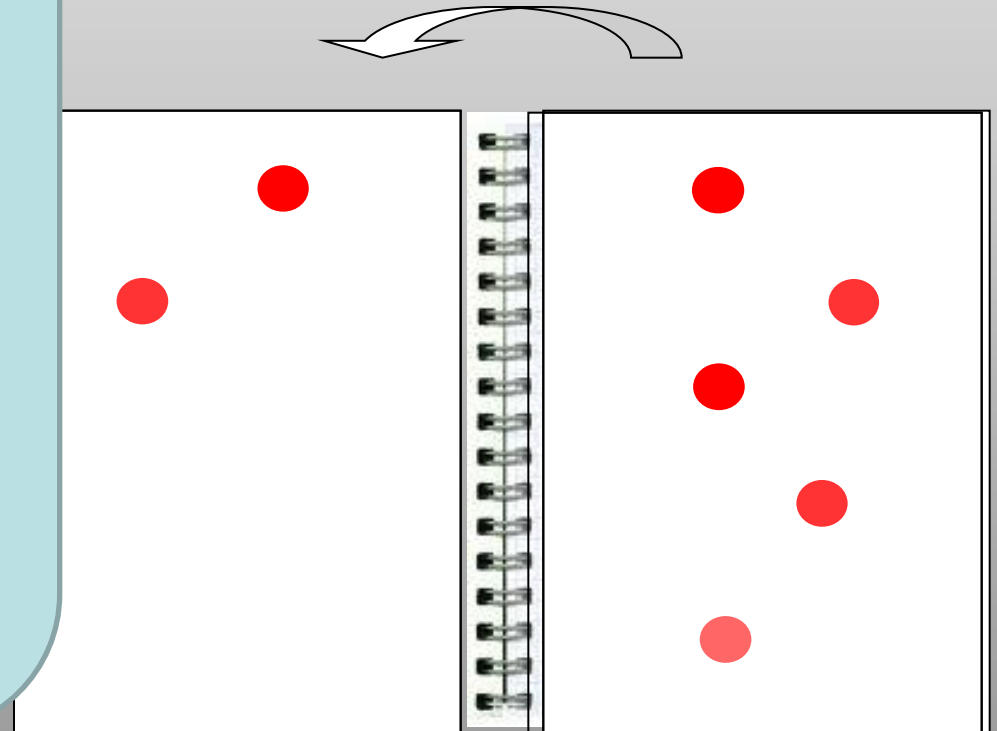


Rappresentare il 'togliere'

5-2

meno 5

Ho girato due pagine perché la stregghetta ha portato via due perle... così si vede che alla principessa rimangono tre perle...



L'analogia strutturale

Le rappresentazioni relative all'aggiungere e al togliere vanno esplorate nella fase propedeutica al gioco.

Verranno poi utilizzate durante il suo svolgimento in quanto faranno parte dei materiali fra i quali gli alunni dovranno scegliere quelli strutturalmente analoghi al contenuto matematico di una determinata tessera.

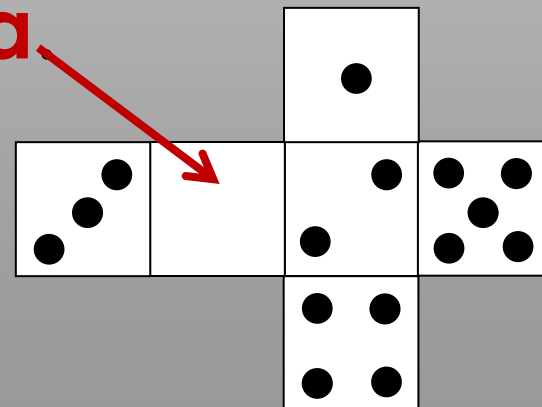
Vediamo come sono congegnate le tessere dal punto di vista matematico per capire:

- quante sono quelle con la fatina,
- quante sono quelle con la stregghetta,
- quali calcoli possiamo proporre agli alunni di scuola dell'infanzia,
- come deve essere fatto il dado.

Ma prima di tutto facciamo delle scelte.

Aspetti matematici che determinano il numero delle tessere

- La **somma** fra il numero delle perle della principessa e quello delle perle che porta la fatina è **minore di 10**;
- quindi il **minuendo** nelle tessere con la stregghetta è **minore di 10**;
- introduciamo lo **zero**, quindi il punteggio massimo del dado è 5: **si sostituisce la faccia del 6 con una vuota**



Le tessere con la fatina

Lanciando il dado le uscite possibili sono:

0 1 2 3 4 5

(rappresentano il **secondo addendo**)

Poiché si è deciso che **la somma** in ogni tessera deve essere **minore di 10**



Il primo addendo

(il numero di perle della principessa)

deve essere compreso fra 0 e 4.

Aspetti matematici che determinano il numero delle tessere

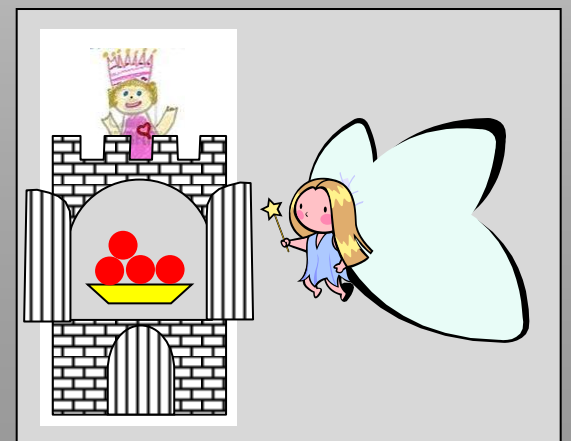
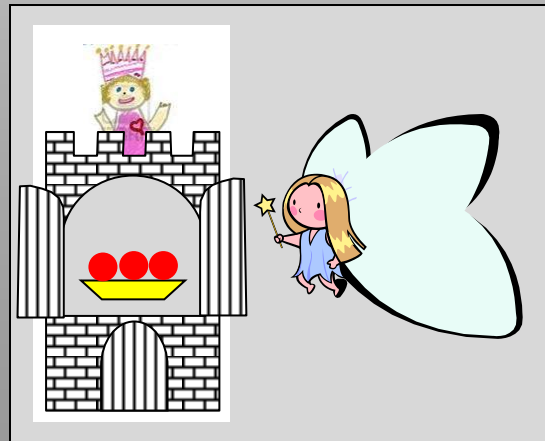
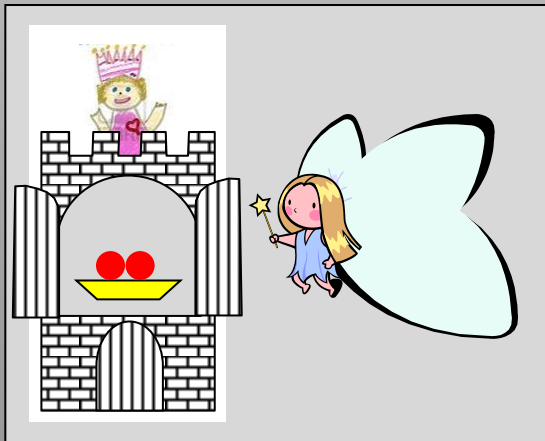
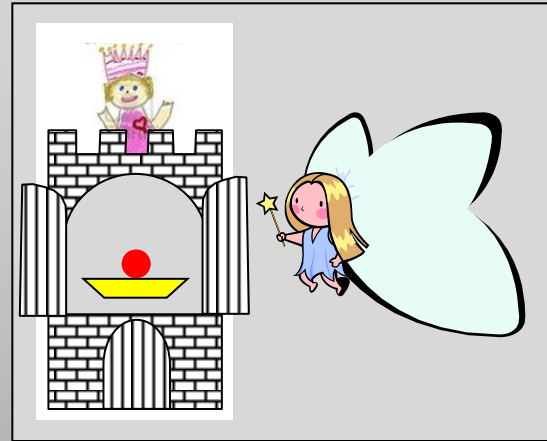
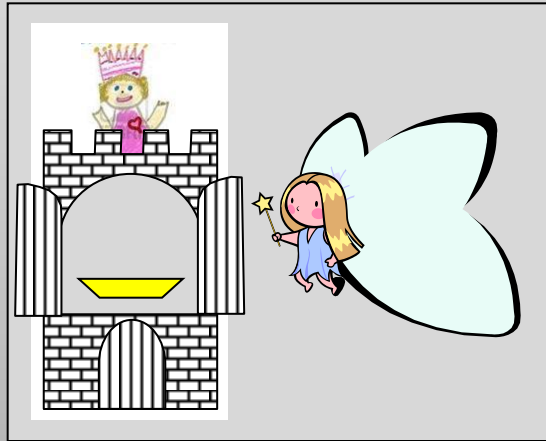
La somma deve essere **minore di 10**

0+0	0+1	0+2	0+3	0+4	0+5	sì
1+0	1+1	1+2	1+3	1+4	1+5	sì
2+0	2+1	2+2	2+3	2+4	2+5	sì
3+0	3+1	3+2	3+3	3+4	3+5	sì
4+0	4+1	4+2	4+3	4+4	4+5	sì
5+0	5+1	5+2	5+3	5+4	5+5	no

Quindi...

Le tessere con la fatina

... possiamo realizzare solo **cinque tessere**
con la fatina



Le tessere con la stregghetta

Lanciando il dado le uscite possibili sono:

0 1 2 3 4 5

(rappresentano il **sottraendo**)

Poiché si è deciso che **il minuendo** in ogni tessera deve essere **minore di 10**



Il minuendo

(il numero di perle della principessa)

deve essere compreso fra 5 e 9.

Aspetti matematici che determinano il numero delle tessere

Il minuendo deve essere **minore di 10**

0-0	0-1	0-2	0-3	0-4	0-5	no
1-0	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	no
2-0	2-1	2-2	2-3	2-4	2-5	no
3-0	3-1	3-2	3-3	3-4	3-5	no
4-0	4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	no

Aspetti matematici che determinano il numero delle tessere

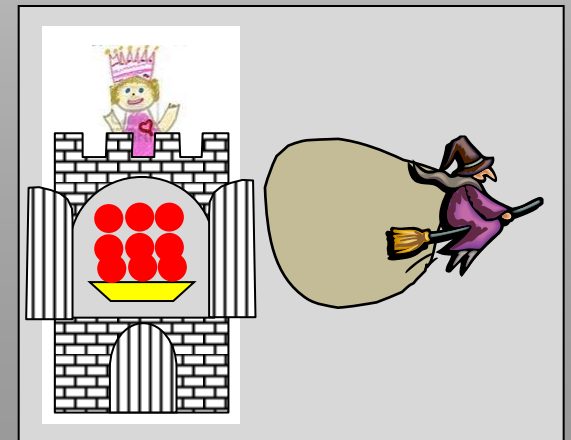
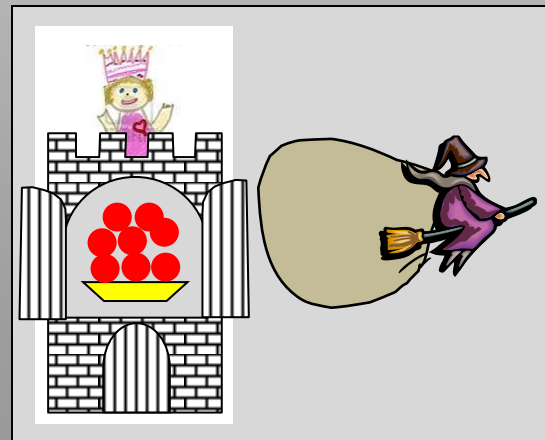
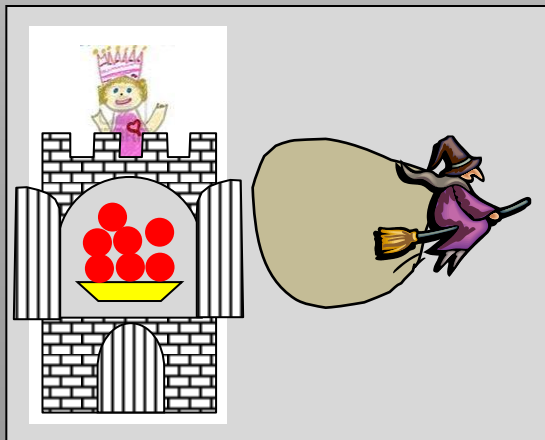
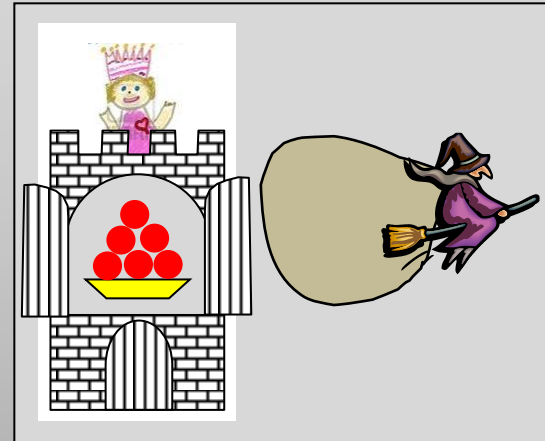
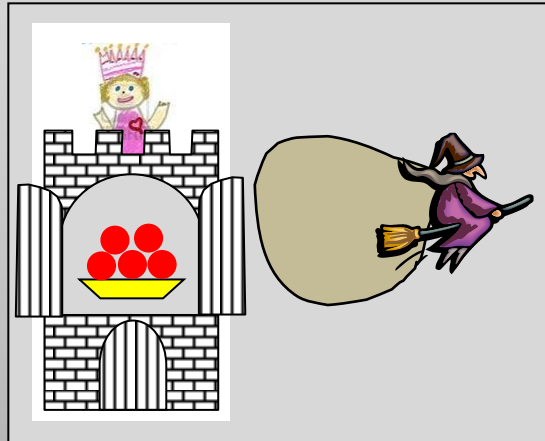
Il minuendo deve essere **minore di 10**

5-0	5-1	5-2	5-3	5-4	5-5	sì
6-0	6-1	6-2	6-3	6-4	6-5	sì
7-0	7-1	7-2	7-3	7-4	7-5	sì
8-0	8-1	8-2	8-3	8-4	8-5	sì
9-0	9-1	9-2	9-3	9-4	9-5	sì

Il minuendo è compreso fra 5 e 9

Le tessere con la stregghetta

... possiamo realizzare solo **cinque tessere**
con la stregghetta

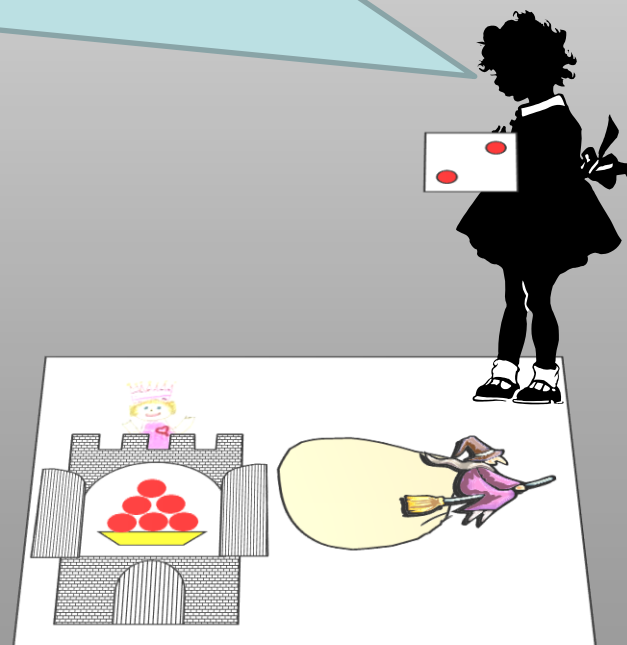


L'organizzazione del gioco



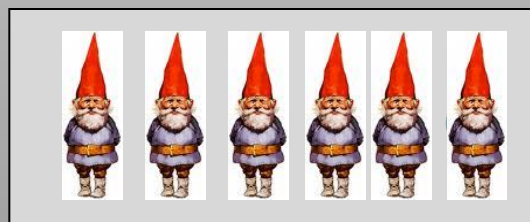
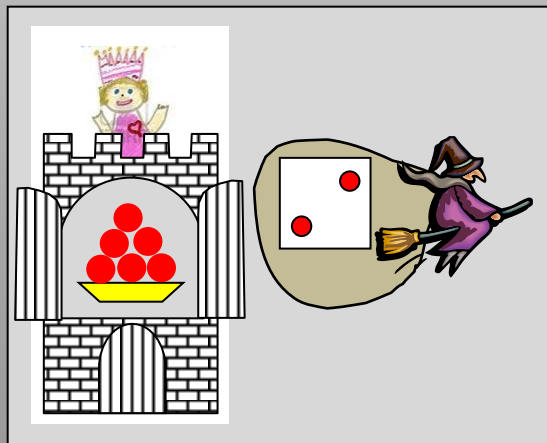
L'argomentazione: episodio 2

La principessa ha sei perle magiche... per vedere quante perle le porta via la stregghetta lancio il dado... è venuto due... allora porta via due perle... sei meno due fa quattro... faccio quattro passi...



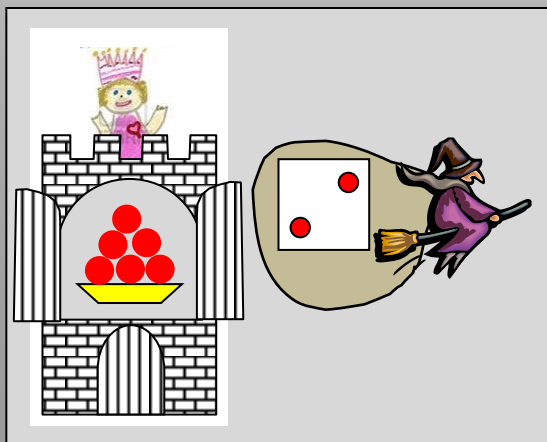
L'argomentazione: episodio 1

Adesso cerco un disegno che sia come quello della tessera...
Prendo questo perché ci sono sei gnomi e stacco questi due qui... e così rimangono quattro gnomi...



L'argomentazione: episodio 3

Metto insieme sei bambini, che è come il numero delle perle della principessa... poi faccio come la stregghetta e porto via due bambini e ne restano quattro come le perle...



La rappresentazione attraverso il disegno



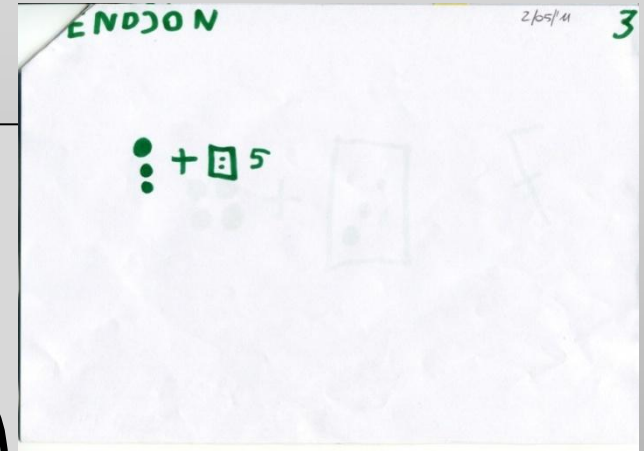
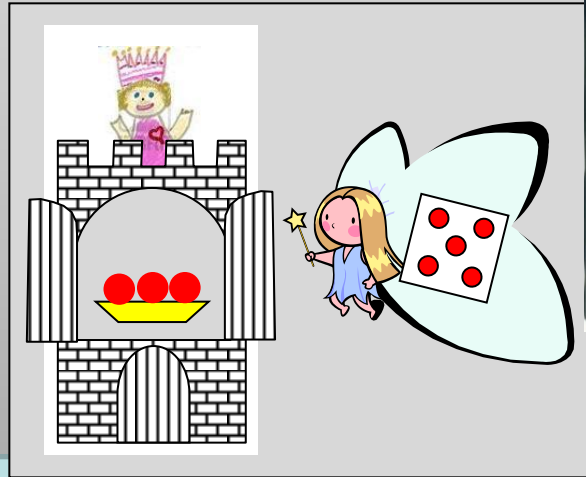
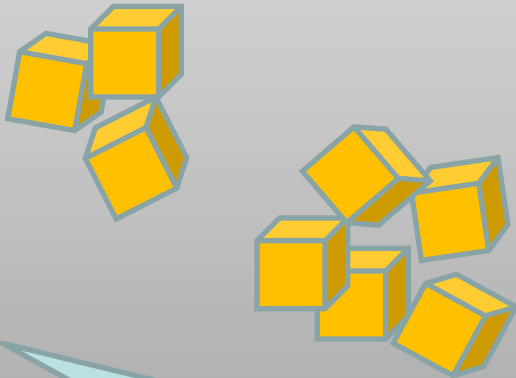
Rappresentare

Non capisco il suo disegno...

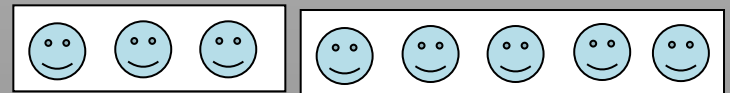
Il mio disegno vuol dire che...

Argomentare

Parafrasare



Nel castello ci sono tre perle e la fatina ne porta cinque...





Parafrasare il contenuto di una tessera porta ad esplorare le relazioni fra gli elementi del problema (sviluppo del **pensiero relazionale**) e a scoprire l'**analogia strutturale** con altre rappresentazioni (sviluppo del **pensiero analogico**).

Viene favorita in questo modo l'evoluzione del **balbettio logico-linguistico**.

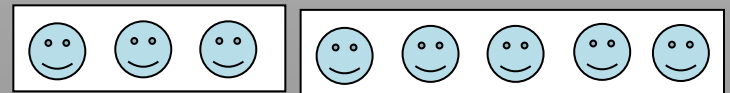
tema di ricerca...

Parafrasare



Il controllo di **rappresentazioni diverse** della stessa situazione e la **traduzione** fra rappresentazioni facenti riferimento a linguaggi diversi (naturale, iconico, gestuale, grafico, ecc), costantemente supportati dall'**argomentazione**, favoriscono l'interiorizzazione dei concetti.

Nel castello ci sono quattro perle e la fatina ne porta tre...



Parafrasare



La ricchezza e la coerenza del linguaggio usato dipendono non solo dalle competenze espressive dell'alunno, ma dal fatto che **l'argomentazione sia un valore condiviso** all'interno di un contratto didattico basato più sui **processi** verbali che sui **prodotti** verbali.



due esempi

Tatina ne porta tre...

Contratto didattico: episodio 1

Tiziano lancia il dado e fa otto passi senza parlare.

Tiziano si è limitato al **prodotto** del suo pensiero, **opaco** rispetto alle ragioni che lo hanno determinato.

Contratto didattico: episodio 2

Anna lancia il dado e dice “La principessa ha cinque perle magiche, la fatina le regala tre perle e in tutto sono otto” poi fa otto passi.

Anna ha verbalizzato il suo **processo** mentale, la cui **trasparenza** può aiutare compagni meno competenti, e quindi favorisce una **costruzione sociale della conoscenza**.

Il Gioco della Matematica

Aggiungi 2 al
punteggio del
dado e poi togli 1

$$d+2-1=5$$

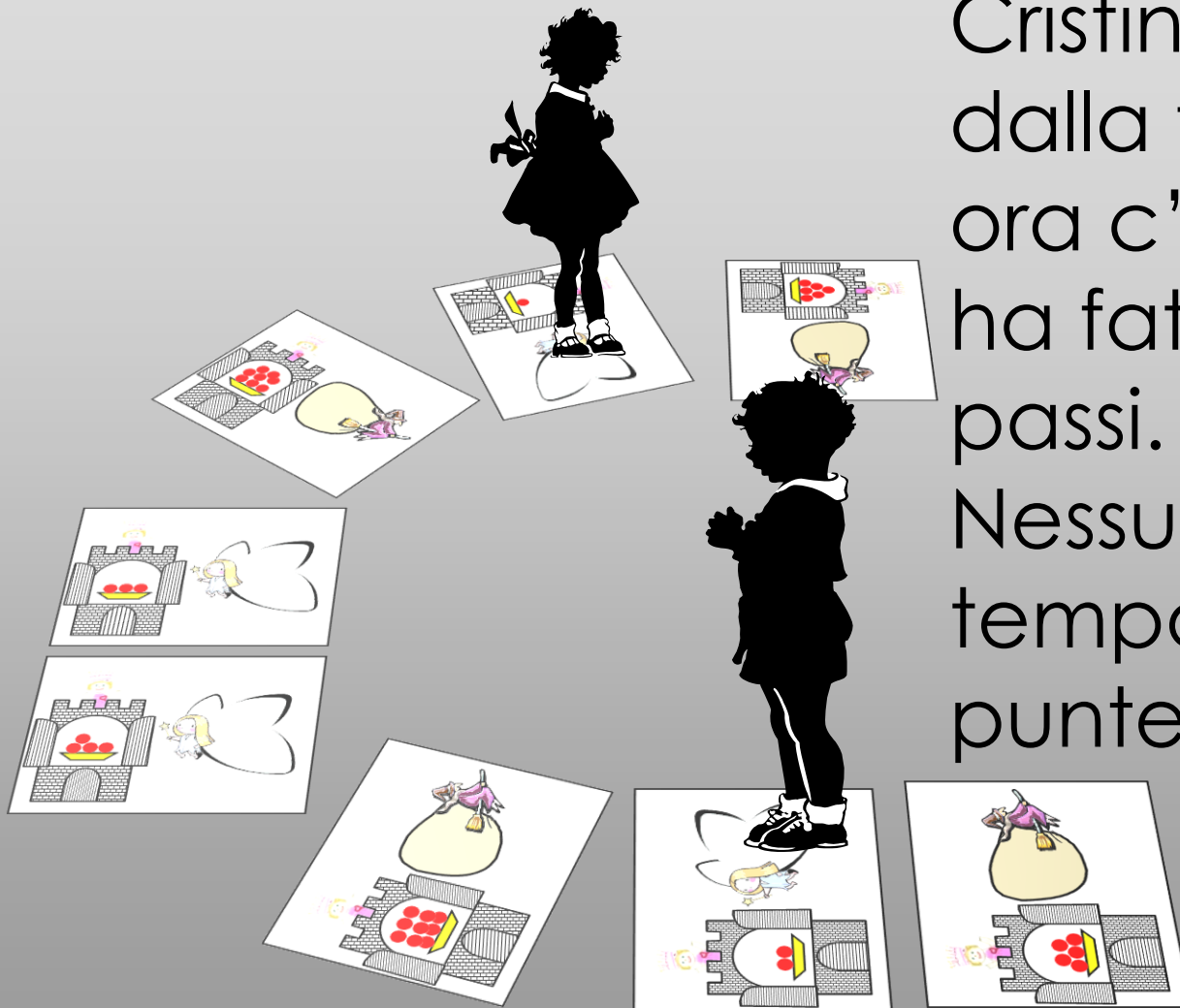
Immaginate di lanciare il dado senza mostrare il punteggio.

I vostri compagni vi vedono fare 5 passi. Come si può rappresentare in linguaggio matematico questa situazione in modo che Brioshi capisca quello che è successo?

Argomentate la risposta.

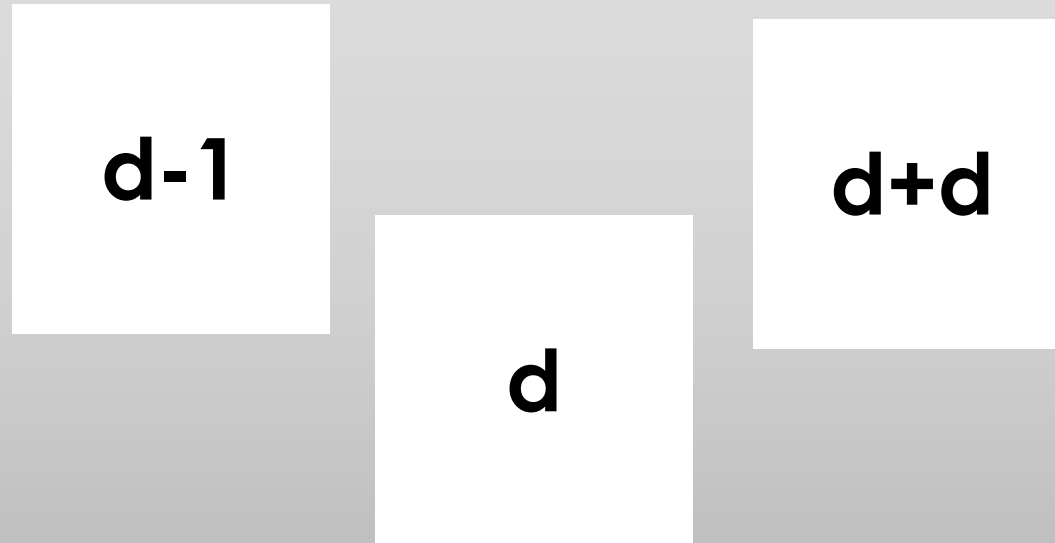
Situazione problematica per la Matematochetta

Cristina è partita dalla tessera dove ora c'è Michele e ha fatto cinque passi.
Nessuno ha fatto in tempo a vedere il punteggio del dado.



Si può ricostruire il punteggio del dado?

Il Gioco della Matematica

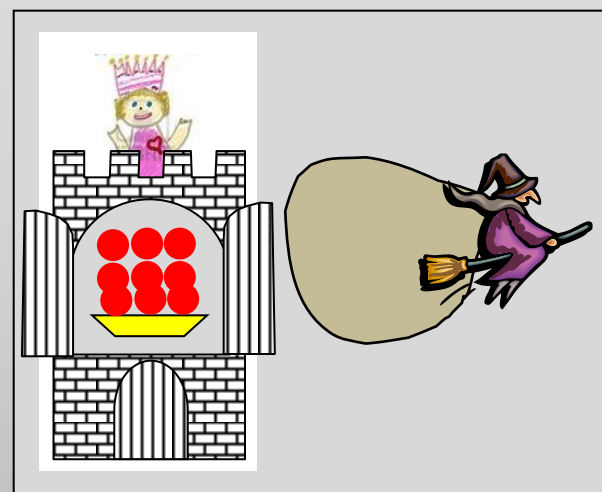
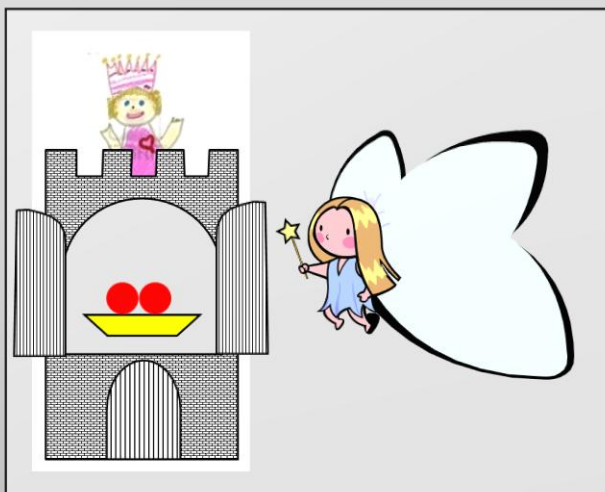


Dopo il lancio del dado, su quale tessera preferireste che fosse il vostro segnalino per fare il numero maggiore?

Su quale preferireste non essere?

Argomentate le risposte.

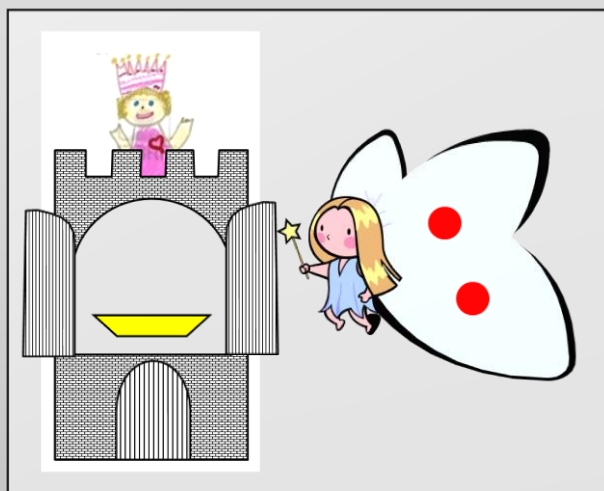
Situazione problematica per la Matematochetta



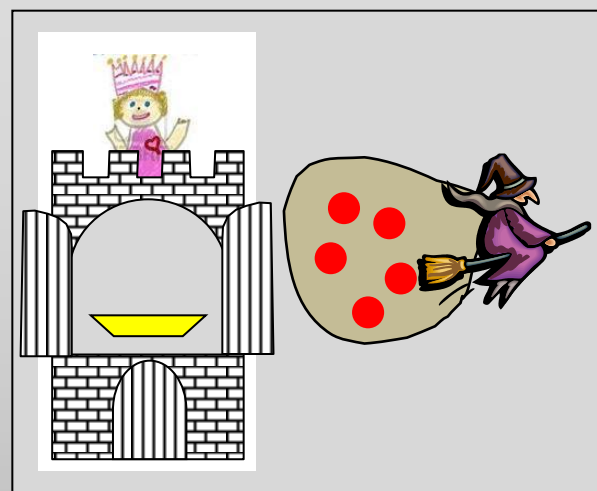
Sebastiano ha lanciato il dado e ha ottenuto un 3.
Su quale tessera preferireste essere per fare più passi?
Argomentate le risposte.

Nuovi orizzonti

p+2



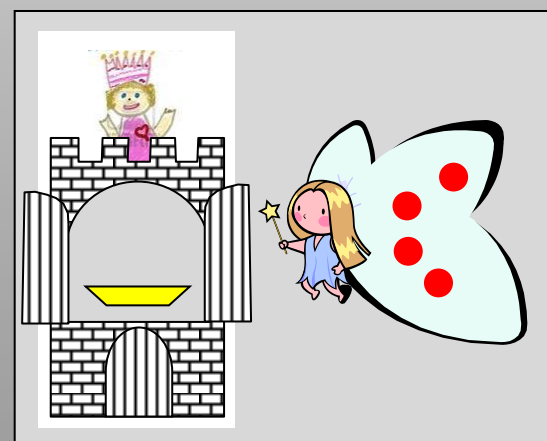
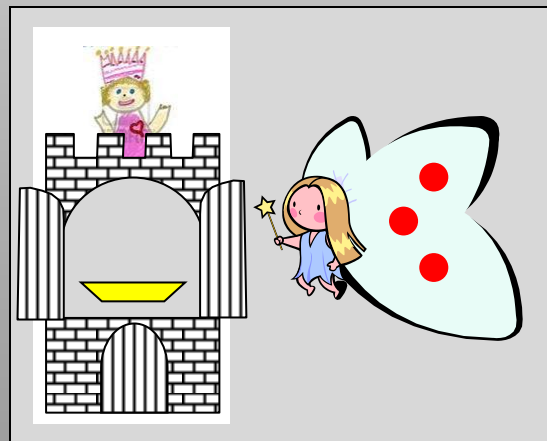
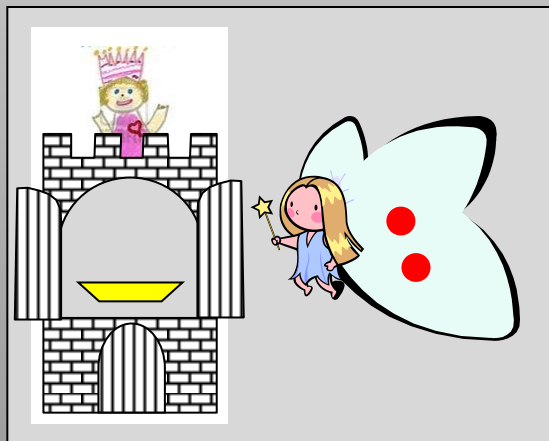
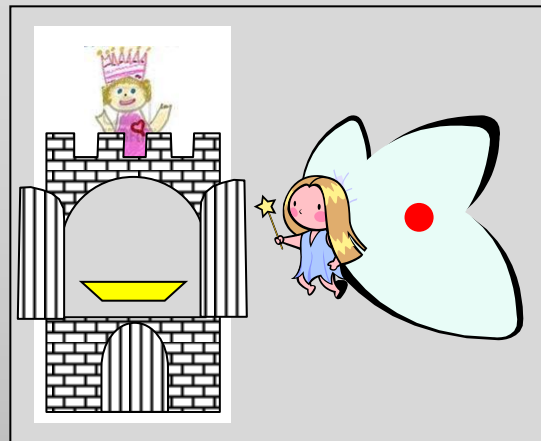
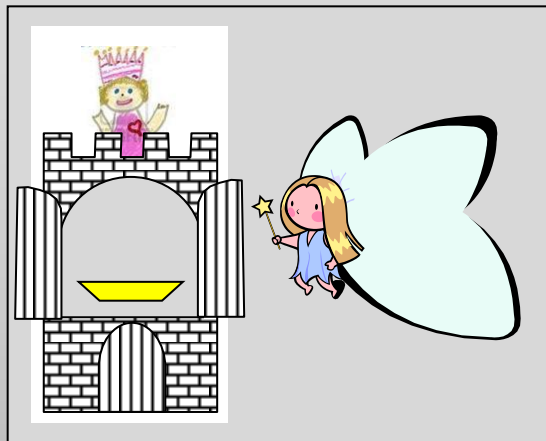
p-5



Si può arricchire il gioco con una nuova generazione di schede nelle quali sia sconosciuto non il numero delle perle che regala la fatina o porta via la stregghetta, ma **quello delle perle della principessa**.
Come saranno le nuove tessere?

Le tessere con l'incognita a sinistra

Le tessere con la fatina sono sempre cinque



Non ci sono tessere con la stregghetta

La ricchezza della Matematica si manifesta a tre livelli:

- **nella sua preparazione** (la storia, le tessere, il dado, le tante rappresentazioni);
- **nel corso del gioco** (calcolare, scegliere, argomentare);
- **nei suoi sviluppi successivi** (situazioni problematiche stimolanti per formulare **congetture**).

Conclusioni

Il gioco **in sé** è in fondo, di tutta l'attività, la parte **meno significativa**.
È il momento di **coagulo** e di **verifica** delle esperienze sviluppate **in precedenza**, ma è soprattutto il **volano** per **espansioni costruite attorno a situazioni problematiche stimolanti** che possano favorire, attraverso la **riflessione collettiva**, un approccio significativo a competenze matematiche destinate a fondamentali sviluppi negli anni successivi.

Vi ringrazio

Materiali riguardanti la Matematochetta
verranno inseriti nella prossima
Newsletter ArAl:

<http://www.aralweb.unimore.it/site/home/newsletter>